波動方程式を用いたジェネレイティヴ・アート

Generative art making use of the wave equation

システム情報科学部 複雑系科学科
c1105021 前田 将来
指導教官 迎山 和司

2008 年 11 月 14 日

概要

複雑系科学において、数式をみるだけで興味を引かれる人はまれである。数式をアートで表現させることによって、数式に親しみやすくなる。そこで、本研究は波動方程式に注目する。波動方程式を用いたアルゴリズムで LED を操作し、波紋が発生する光の水面をモチーフにしたジェネレイティヴ・アートを制作する。ジェネレイティヴ・アートとは、アルゴリズムや数式などによって自動で創り出される芸術作品である。また、この作品に予感インタラクションを取り入れることで注目を集める。11 月末に開催される展覧会にて作品を展示し、実際に多くの人に触れてもらい、複雑系に関するユーザの心理、そして、入力と出力を操作する作品であるかを検証する。

abstract

There are few people who are interested in the function only by seeing the complex equation in the area of complex systems. However, a lot of people become more friendly with complex equation by putting it into art. So I pay attention the wave equation and make the generative art production. The motif is water surface of light that the ripple is generated. Therefore, I operate LED with the algorithm including the wave equation. This work attracts the more attention with absorbing the predicting interaction. I exhibit my work to the exhibition held at the end of November. At that time, I will examine my work whether it will operate the input and the output and user's psychology or not. Generative art has been defined as " any art practice where the artist creates a process, such as a set of natural language rules, a computer program, a machine, or other mechanism, which is then set to motion with some degree of autonomy contributing to or resulting in a complete work of art. "

1 目的

波動方程式を用いたジェネレイティヴ・アート作品を制作し、数式が動画として可視化されることの面白さに触れる。そして、自然現象を数式で表現できることを実感する。

2 背景

本研究における最も重要な点は、複雑系科学の数式を取り入れることである。数式を眺めるだけで、何を表す数式であるかを理解ことは困難である。しかし、その数式から得られた数値をグラフ化することで理解しやすくなる。グラフ化から一歩、二歩進んで芸術性を取り入れたり、動きをみることができたりすれば、数式に親しみやすくなる。近年では、ジェネレイティヴ・アートの一種であるフラクタル・アートのコンテストが開催されたりと数式を用いた芸術が広まってきている [6]。また、地形や動物の模様など自然の摂理を数式化できることが実証されている [2]。それらはたいてい単純な数式で構

成されている。ゆえに、今までに修得した技術や知識を寄せ集めることで、自然現象を自作できると考えられる。そこで、身近に存在し、いろいろな動きがあり、それらの動きのどれもが興味深い水面に着目し、研究を行う。

3 関連研究

様々なソフトウェアが開発されると同時に多くの技巧が誕生している現在、水面を表現する手段は多く存在する [5]。しかし、物理学を考慮した手法によって表現された水面は非常に現実的である。そして手を加えやすく、そのどれもが多様な変化があるので美しい [7]。このような多くの作品が公開されてはいるが、デバイスにも工夫を凝らしている作品はほとんど見られない。したがって、出力はニュートンの運動方程式から求められる波動方程式によって水面を表現し、多くのアクションで入力できるデバイスを持つ作品を制作する。

4 具体的な実現方法

16×16 個の LED の光で水面を表現し、加速度センサーと連動させ 3 軸方向の加速度を抽出する。デバイスを傾けた角度や動かした方向、強さといった加速度センサーから得られた情報を基に、波を発生させる位置や波の速度、強さを計算する。同時に、波紋や縦波を起こす波動方程式のアルゴリズムを動作させる。以下に、波動方程式のアルゴリズムを求める方法、Gainer を搭載した LED 基盤、ユーザーにアクションを予感させる形態について説明する。

4.1 波動方程式のアルゴリズム

二次元の波動方程式から波紋のアルゴリズムを導く。
まず、一次元の波動方程式の基本形は

$$\frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y(t,x)}{\partial x^2}$$

である。c は波の速度である。
次に、二次元の波動方程式は

$$\frac{\partial^2 z(t,x,y)}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 z(t,x,y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(t,x,y)}{\partial y^2}\right) \quad (1)$$

である。この方程式を数値的に解くためには、次のようにテイラー展開した近似式を用いる。

$$\begin{aligned} z(t \pm \Delta t, x, y) &= z(t,x,y) \pm \frac{\partial z}{\partial t}\Delta t + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}(\Delta t)^2 \\ z(t, x \pm \Delta x, y) &= z(t,x,y) \pm \frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}(\Delta x)^2 \\ z(t, x, y \pm \Delta y) &= z(t,x,y) \pm \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}(\Delta y)^2 \end{aligned}$$

ここで

$$t = \tau \Delta t, \quad x = i\Delta x, \quad y = j\Delta y$$

として $z(t,x,y)$ を $z(\tau,i,j)$ と表し、上の 3 つの式それぞれを整理する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= \frac{z(\tau+1,i,j) + z(\tau-1,i,j) - 2z(\tau,i,j)}{(\Delta t)^2} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} &= \frac{z(\tau,i+1,j) + z(\tau,i-1,j) - 2z(\tau,i,j)}{(\Delta x)^2} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} &= \frac{z(\tau,i,j+1) + z(\tau,i,j-1) - 2z(\tau,i,j)}{(\Delta y)^2} \end{aligned}$$

これらの式を式 (1) に代入して整理する。ここでは Δx と Δy を Δd に等しいとして

$$\begin{aligned} z(\tau+1,i,j) = {} & 2z(\tau,i,j) - z(\tau-1,i,j) + c^2\left(\frac{\Delta t}{\Delta d}\right)^2 \\ & \times (z(\tau,i+1,j) \\ & + z(\tau,i-1,j) \\ & + z(\tau,i,j+1) \\ & + z(\tau,i,j-1) - 4z(\tau,i,j)) \end{aligned}$$

ここで 1 つ問題がある。τ は 0 から 1,2 へと増加するとしよう。$z(0,i,j)$ を初期条件としてわかっている場合、$z(1,i,j)$ を求めるとき $z(-1,i,j)$ の情報が必要という困難を回避するために、初期条件として初め波は動いていないという条件

$$\frac{\partial z(0,x,y)}{\partial t} = 0$$

より

$$\frac{z(\Delta t, x, y) - z(-\Delta t, x, y)}{2\Delta t} = 0$$

よってこれから

$$z(1, i, j) = z(-1, i, j)$$

これを用いれば

$$\begin{aligned} z(1, i, j) = z(0, i, j) + \frac{c^2}{2}(\frac{\Delta t}{\Delta d})^2 \\ \times (z(0, i+1, j) \\ + z(0, i-1, j) \\ + z(0, i, j+1) \\ + z(0, i, j-1) - 4z(0, i, j)) \end{aligned}$$

となる。
上記の式を 2 つの二次元配列 field0(x,y) と field1(x,y) で表す。

$$\begin{aligned} field1(x, y) = field0(x, y) + 2c^2(\frac{\Delta t}{\Delta d})^2 \\ \times ((field0(x+1, y) \\ + field0(x-1, y) \\ + field0(x, y+1) \\ + field0(x, y-1))/4 - field0(x, y)) \end{aligned}$$

ここで、field0 の任意の位置 (x,y) における四方の平均値を Smoothed(x,y) とする。

$$\begin{aligned} field1(x, y) = field0(x, y) + 2c^2(\frac{\Delta t}{\Delta d})^2 \\ \times (Smoothed(x, y) - field0(x, y)) \end{aligned}$$

また、定数 $(\frac{\Delta t}{\Delta d}c)^2$ を damping に置き代える。

$$\begin{aligned} field1(x, y) = field0(x, y) \\ - 2damping * field0(x, y) \\ + 2damping * Smoothed(x, y) \end{aligned}$$

定数 damping が 1 のとき、すなわち、波が減衰することなく進む場合

$$field1(x, y) = -field0(x, y) + 2Smoothed(x, y)$$

さきほど述べた初期条件より、field1 は垂直方向の速さ (Velocity(x,y)) に関する情報をもっている。

$$Velocity(x, y) = -field1(x, y)$$

ゆえに、
任意の位置における波の高さ (NewHeight(x,y)) を求める式は

$$NewHeight(x, y) = 2 * Smoothed(x, y) + Velocity(x, y)$$

波紋は広がるにつれてなくなることから

$$NewHeight(x, y) = damping * NewHeight(x, y)$$

このアルゴリズムをビットマップ上で出力させた結果が図 1 である。

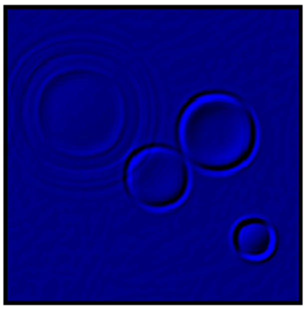

図 1　Bitmap 上の波紋

4.2　Gainer を搭載した LED 基盤

水面を表現するために、青色 LED を用いる。LED の光は淡く美しく、デバイスに設置しやすく、ユーザーの視線との相違を起こすことなく出力を表示させることに適している。LED を操作するのは Gainer である。Gainer は Flash の ActionScript3.0 で使用する。図 2 は 8 × 8 の LED を設置した基盤である。1 つの Gainer を用いることで、8 × 8 個の LED を制御することができる。LED の

光の強さは 16 段階で調節でき、一つ一つの LED の明るさの度合いを配列に代入し、上記のアルゴリズムで波紋や縦波を表現することができる。

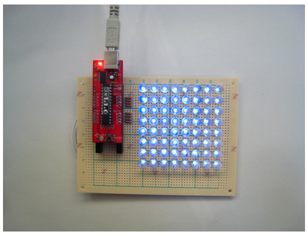

図 2　LED 基盤

4.3　形態

ユーザーに突いて揺らす、持って傾けるという主に二つのアクションを起こさせるために、図 3 の形を提案する。図のように、ユーザーが触れて揺らしたくなるように、下のドーナツ型の土台と上の鍋蓋を反転させた形のデバイスを不安定に設置する。そして、デバイスを少し動かすことで LED の光がリアルタイムで変化すれば、ユーザーの好奇心が刺激され、デバイスを持ち上げて多方向に動かしたり、傾けるなどする。ユーザーが起こすそれぞれのアクションに見合った水面の変化を出力させ、インタラクションを実現する。

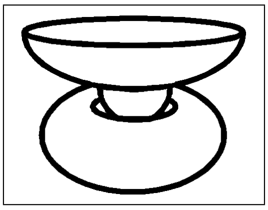

図 3　作品の模型

5　実験

2008 年 11 月 25 日から 11 月 28 日まで開催される研究室展覧会に、制作した作品を展示し、実際に多くの人に触れてもらうことで、目的を達成できているかどうかや問題点を明らかにする。この際に得られた問題や不足点を基に最終成果物を制作する。

6　結果

実験終了後に結果をまとめる。

7　考察

実験結果を得た後にまとめる。

8　結言

1 月までに、目的の達成の如何を判断する。

参考文献

[1] 須藤彰三. 物理数学 One Point 9, 波動方程式の解き方. 共立出版, 2002.

[2] 自然科学から生まれる花園. 「彼岸」／マンデルブロー集合. http://nichigetu.b-tama.com/e_photo12.html

[3] みその計算物理学. 2 次元波動方程式の数値計算例 (C 言語). http://www.geocities.jp/supermisosan/secondwaveequation.html

[4] 2D Water. http://freespace.virgin.net/hugo.elias/graphics/x_water.htm

[5] pixelhivedesign. Realistic Flash Water Effect. http://www.pixelhivedesign.com/tutorials/Realistic+Flash+Water+Effect/

[6] Fractal Art Contest 2007. http://www.fractalartcontests.com/2007/

[7] WakuWakuJava. 波紋アプレット V2.5. http://hp.vector.co.jp/authors/VA012735/applet/dropimg.htm